

MA155 Statistikk TI-*nspire* cx Kalkulator Guide

Magnus T. Ekløff, Kristoffer S. Tronstad, Henrik G. Fauske, Omer A. Zec

Våren 2016



Innhold

1	Basics.....	4
1.1	Dokumenter	4
1.1.1	Regneark	4
1.1.2	Graf	4
2	Data.....	5
2.1	Lister og 1-Var Stats funksjonen	5
2.1.1	Rådata tabell	5
2.2	Lineær regresjon	7
3	Sannsynlighet.....	10
3.1	Kombinatorikk.....	10
3.1.1	Uordnet uten tilbakelegging	10
3.1.2	Ordnet uten tilbakelegging	11
3.2	Sannsynlighet	12
3.2.1	Uordnet med tilbakelegging	12
3.2.2	Trekk fra mengder med slag	12
3.3	Random.....	13
3.3.1	Tall.....	13
3.3.2	Liste	13
4	Stokastiske	14
4.1	Diskrete fordelinger	14
5	Fordelinger.....	15
5.1	Normalfordelinger	15
5.1.1	Normal Pdf	15
5.1.2	Normal Cdf	17
5.2	Invers Normalfordelinger.....	18
5.3	Student's t-fordelinger.....	19
5.3.1	tPdf	19
5.3.2	tCdf	19
5.4	Invers t-fordelinger	20
5.5	Binomiske-fordelinger.....	21
5.5.1	Binomisk Pdf.....	21
5.5.2	Binomisk Cdf	21
5.6	Poisson-fordelinger	22
5.6.1	Poisson Pdf.....	22
5.6.2	Poisson Cdf	22

5.7	Geometriske-fordelinger.....	23
5.7.1	Geometrisk Pdf	23
5.7.2	Geometrisk Cdf	23
6	Konfidensintervall	24
6.1	1-sidig (venstre)	24
6.2	1-sidig (høyre)	24
6.3	Symmetrisk	25
6.4	Symmetrisk med rådata	26

1 Basics

1.1 Dokumenter

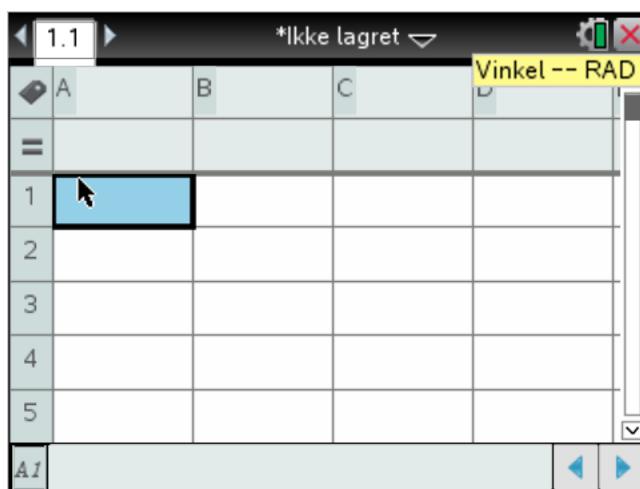
Fra «hjem»-skjermen kan vi åpne et nytt dokument ved å trykke på «Nytt» (1) eller navigere ned og velge type fra menyen i bunnen av bildet.



1.1.1 Regneark

Vi kommer til å forholde oss mest til «regneark» (Fjerde fra venstre).

Etter å ha valgt regnearket vil du få opp et helt standard regneark.



1.1.2 Graf

Dokumenttypen «Graf» brukes til grafisk fremstilling av data.

2 Data

2.1 Lister og 1-Var Stats funksjonen

2.1.1 Rådata tabell

La oss ta utgangspunkt i eksempel 2.1.1. Du har oppgitt en liste med data og navngi listene.

Først skriver du inn dataene i kalkulatorens regneark.

	A høyde	B antall	C	D
1	21	3		
2	23	5		
3	27	16		
4	31	6		
5	36	9		

Deretter kan trykker du meny -> Statistikk (4) -> Statistikk Kalkulasjoner (1) -> En-variabel Statistikk (1) eller To-variabel Statistikk (2) ut i fra om du har en eller to variabler.

	A høyde	B antall	C	D
2	23			
3	27	16		
4	31	6		
5	36	9		

	A høyde	B antall	C	D
1	23			
2	27	16		
3	31	6		
4	36	9		

Videre velger du hvor i regnearket dataen ligger og hvor du ønsker å få ut svarene.

Statistikk med to variabler

X-liste: a[]

Y-liste: b[]

Frekvensliste: 1

Kategoriliste:

Ta med kategorier:

1. resultat-kolonne: c[]

OK Avbryt

Trykk OK og kalkulatoren regner ut en liste med verdier:

C svar		D	E
$=\text{TwoVar}(a[],b[],1): \text{CopyVa}$			
1	Tittel	Statistikk med to variabler	
2	\bar{x}	30.3333	
3	$\sum x$	182.	
4	$\sum x^2$	5892.	
5	$s_x := \sqrt{n-1} \cdot \sqrt{\frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}}$	8.61781	
C1	$=\text{Tittel}$		

C svar		D	E
$=\text{TwoVar}(a[],b[],1): \text{CopyVa}$			
10	$\sum y^2$	408.	
11	$sy := \sqrt{n-1} \cdot \sqrt{\frac{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}{n-1}}$	5.31664	
12	$\sigma_y := \sigma_{n-1} \cdot \sqrt{\frac{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}}{n-1}}$	4.85341	
13	$\sum xy$	1164.	
14	r	-0.215346	
C10	$=\sum y^2$		

Gjennomsnitt

\bar{x}

Sum

$\sum x$

Sum kvadrert

$\sum x^2$

Utvalegs-standardavik

sy

Populasjons-standardavik

σ_y

Antall data

n

Minste innsatte data

$MinX$

Første quartil

Q_1x

Median

$MedianX$

Tredje quartil

Q_3x

Største innsatte data

$MaxX$

Summen av standardavik kvadrert med hensyn på gjennomsnittet av x

SSx

Korrelasjonskoeffisient

r

2.2 Lineær regresjon

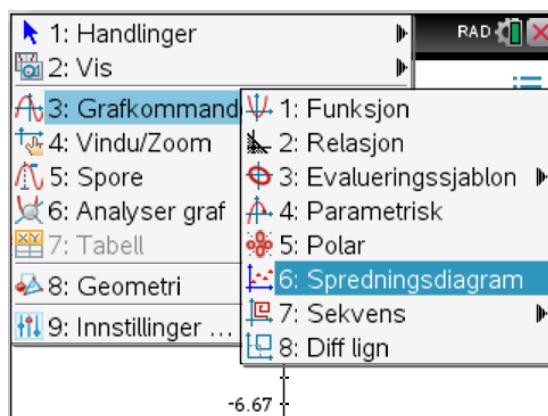
Først skiver du inn alle dataene i regnearket og navngi listene.

	A x	B y	C	D
1	1	2		
2	2	3		
3	3	5		
4	4	7		
5	7	8		

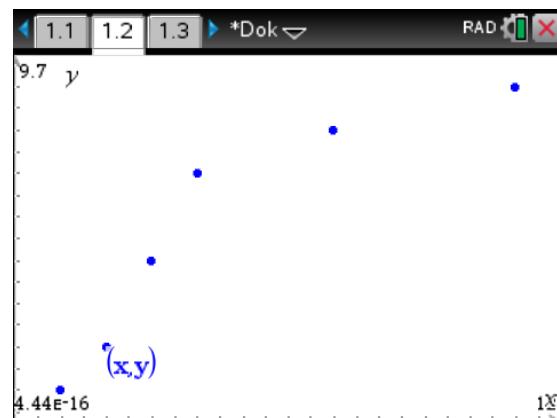
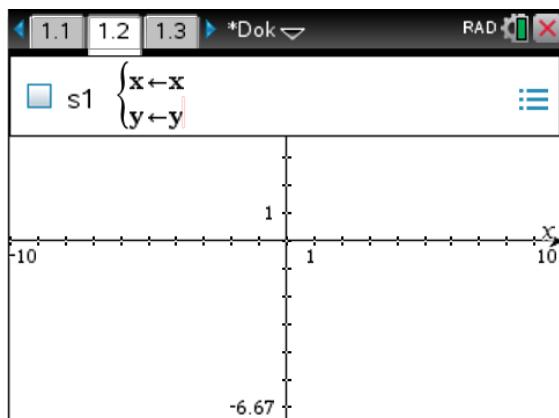
Deretter lag et graf-dokument.



Gå så inn på meny -> Graf kommando (3) -> Spredningsdiagram (5).

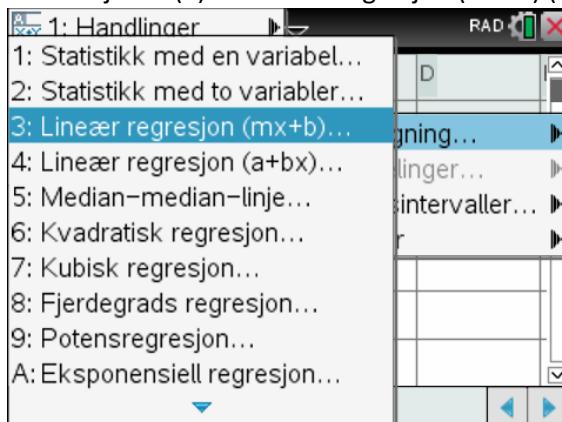


Skriv inn navn på de forskjellige listene (x og y i dette tilfellet) og trykk OK

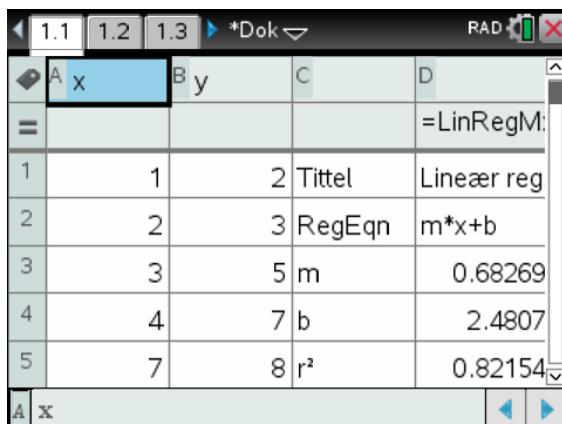


(Det vil være lurt å endre på zoomen dette gjøres på meny -> Zoom (4) -> Zoom – Stat (9)).

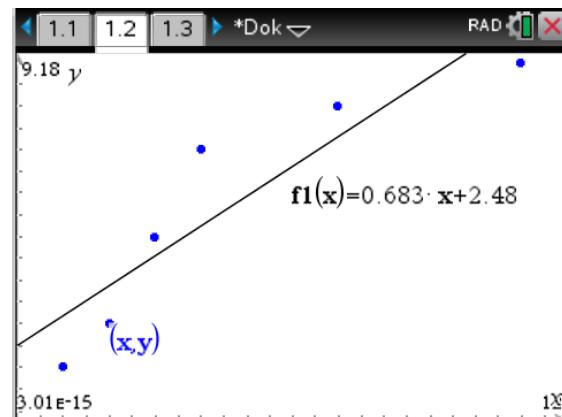
Gå så tilbake til regnearket, marker kolonene med data og gå på meny -> Statistikk (4) -> Statistikk Kalkulasjoner (1) -> Lineær Regresjon (mx+b) (3) og sett inn tabell navnene.



Da vil du få ut funksjonsuttrykket for den lineære regresjonen.



Gå deretter tilbake til grafen og trykk meny -> Grafkommando (3) -> Funksjon (1). Da vil du få opp et blankt funksjonsfelt. For å hente ut funksjonen du regnet ut i regnearket, trykk pil opp og trykk enter.



3 Sannsynlighet

3.1 Kombinatorikk

I kombinatorikken lærer vi hvor mange måter det er mulig å trekke fra en gitt mengde, alt ettersom hvilken type trekk det gjaldt. Formlene vi fant

	Med tilbakelegging	Uten tilbakelegging
Ordnet	n^k	$\frac{n!}{(n - k)!}$
Uordnet	$\binom{n + k - 1}{k}$	$\binom{n}{k}$

Hvor k elementer blir trukket fra n mulige fra en mengde.

3.1.1 Uordnet uten tilbakelegging

I et lotteri er det 100 nummererte lodd. Du trekker 5 tilfeldige lodd av bollen.

Hvor mange kombinasjoner kan du trekke?

Trykk meny -> Sannsynlighet (5) -> Kombinasjoner (3)

n er 100 og k er 5 i vårt tilfelle.

The left side shows a menu tree with the following items:

- 1: Handlinger
- 2: Tall
- 3: Algebra
- 4: Kalkulus
- 5: Sannsynlighet (highlighted)
- 6: Statistikk
- 7: Matrise & vektor
- 8: Finans
- 9: Funksjoner & program

A sub-menu for "Sannsynlighet" is open, showing:

- 1: Fakultet (!)
- 2: Permutasjoner
- 3: Kombinasjoner (highlighted)
- 4: Tilfeldig
- 5: Fordelinger...

The right side shows a calculator window with the expression $nCr(100, 5)$ and the result 75287520.

3.1.2 Ordnet uten tilbakelegging

Vi skal nå trekke 5 lodd av bollen med 100 lodd i, men nå spiller rekkefølgen en rolle.

Da kan vi bruke permutasjon.

The left window shows a list of topics:

- 1: Handlinger
- 2: Tall
- 3: Algebra
- 4: Kalkulus
- 5: Sannsynlighet
- 6: Statistikk
- 7: Matrise & vektor
- 8: Finans
- 9: Funksjoner & program

The right window shows the calculation $nPr(100,5)$ with the result 9034502400.

3.2 Sannsynlighet

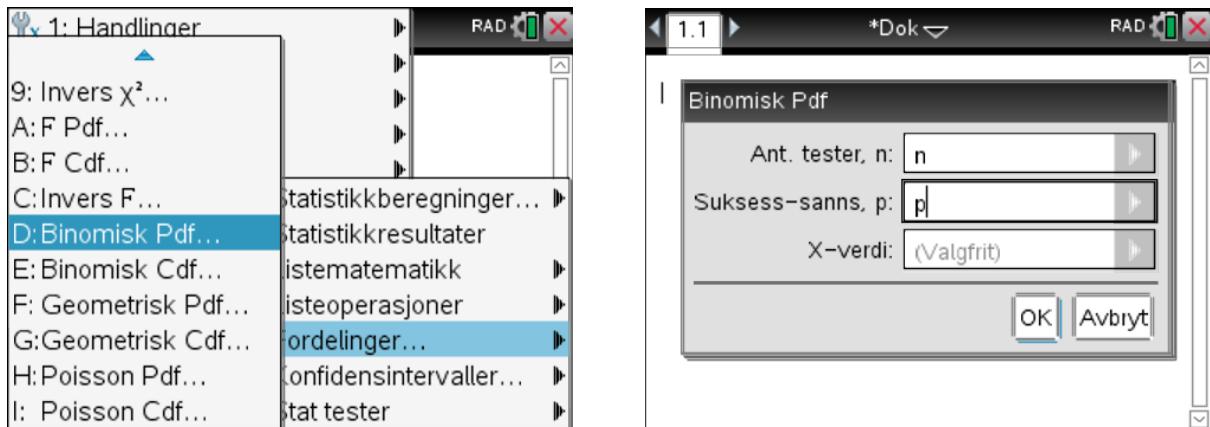
	Med tilbakelegging	Uten tilbakelegging
Sekvens (ordnet)	$p^k(1-p)^{n-k}$	$\frac{\binom{N-n}{S-k}}{\binom{N}{S}}$
Kombinasjon (uordnet)	$\binom{n}{k} P^k(1-p)^{n-k}$	$\frac{\binom{S}{k} \binom{N-S}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{N-n}{S-k} \binom{n}{k}}{\binom{N}{S}}$

Alle disse formlene kan vi bare skrive rett inn på kalkulatoren som de står i tabellen.

3.2.1 Uordnet med tilbakelegging

Men for ordnet med tilbakelegging kan vi benytte Binomisk Pdf.

Trykk Meny -> Sannsynlighet (5) -> Fordelinger (5) -> Binomisk Pdf (D)



3.2.2 Trekk fra mengder med slag

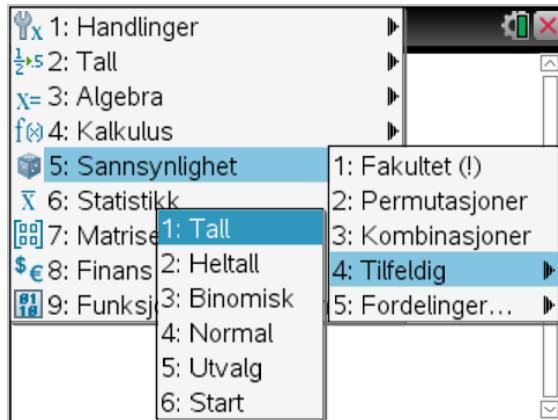
	Med tilbakelegging	Uten tilbakelegging
Sekvens (ordnet)	$p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$	$\frac{\binom{N-n}{S_1-k_1, S_2-k_2 \dots S_m-k_m}}{\binom{N}{S_1, S_2 \dots S_m}}$
Kombinasjon (uordnet)	$\binom{n}{k_1, k_2 \dots k_m} p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_m^{k_m}$	$\binom{n}{k_1, k_2 \dots k_m} \cdot \frac{\binom{N-n}{S_1-k_1, S_2-k_2 \dots S_m-k_m}}{\binom{N}{S_1, S_2 \dots S_m}}$

3.3 Random

Kalkulatoren har en «random» funksjon. Denne gir oss mulighet til å gi oss et tilfeldig tall i et gitt intervall, eller lage en liste med tilfeldige tall.

3.3.1 Tall

Meny -> Sannsynlighet (5) -> Tilfeldig(4) -> Tilfeldig tall (1) / Tilfeldig heltall (2), alt etter som hva du trenger.

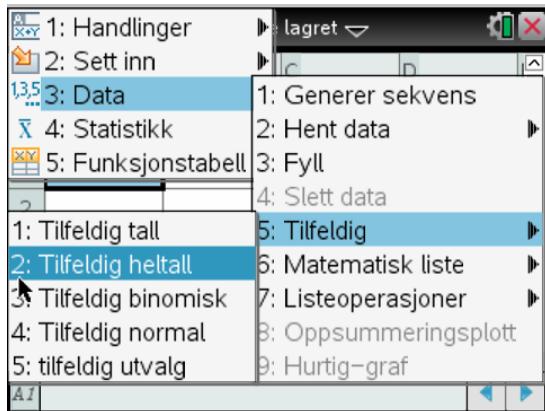


3.3.2 Liste

Gå først inn på et regneark.

Marker en rute kommandolinjen (markert med «=> i magen) og trykk

Meny -> Data (3) -> Tilfeldig(5) -> Tilfeldig tall (1) / Tilfeldig heltall (2), alt etter som hva du trenger.



A	B	C	D
=randint(1			
1	3		
2	4		
3	1		
4			
5			
A	=randint(1, 10, 3)		

Skriv inn nedre-, øvre grense, antall tall du vil, ha i parentesen.

4 Stokastiske

4.1 Diskrete fordelinger

For diskrete fordelinger har vi formelen:

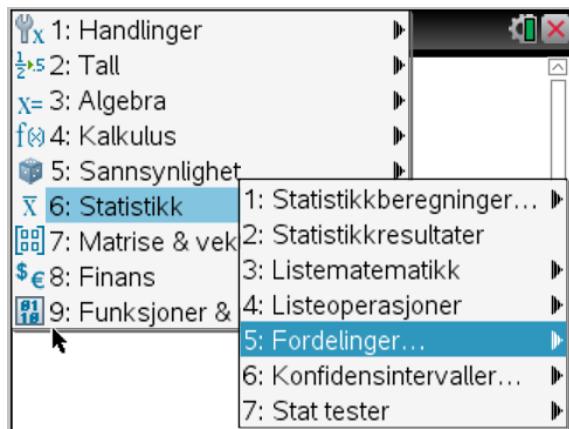
$$P(X \in A) = \sum_{x \in A} p_x = \sum_{x \in A} f(x)$$

Vi går ut i fra eksempel 6.1.1 i boka.

5 Fordelinger

Alle fordelinger vi kalkulatoren kan regne finner vi ved å gå på

Meny -> Statistikk (6) -> Fordelinger (5) og velg ut i fra de oppgitte fordelingene



5.1 Normalfordelinger

5.1.1 Normal Pdf

Formelen for normal sannsynlighetsfordeling er gitt som følger:

$$f(x) = N_{(\mu, \sigma)}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

På kalkulator tar vi utgangspunkt i eksempel 7.1.1

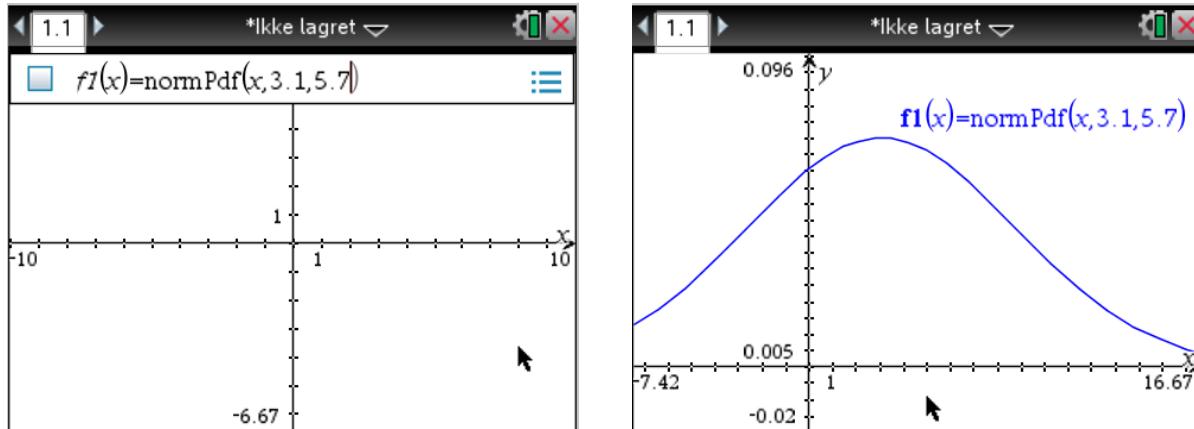
Gitt: $X \sim N_{(3.1, 5.7)}$. Hva er $P(X = 12)$?

Velg Normal Pdf fra fordelingslisten

The left screenshot shows a dialog box titled 'Normal Pdf' with three input fields: 'X-verdi:' containing '12', ' μ ' containing '3.1', and ' σ ' containing '5.7'. There are 'OK' and 'Avbryt' buttons at the bottom. The right screenshot shows the calculator's command history and result area. It displays the command 'normPdf(12,3.1,5.7)' and the result '0.020684'.

Vi kan fremstille dette grafisk ved å åpne et grafdokument og skriv inn: $norm(x, \mu, \sigma)$.

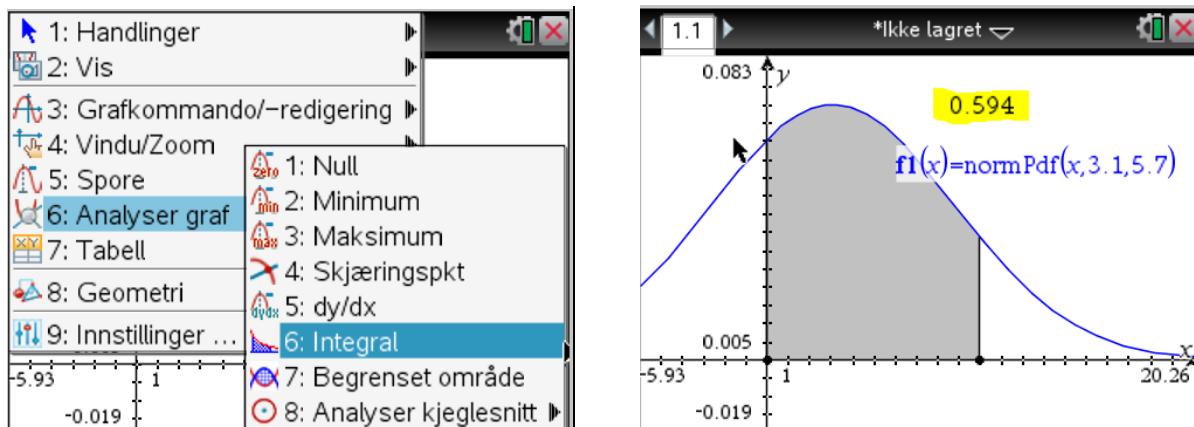
I vårt tilfelle er $\mu = 3.1$ og $\sigma = 5.7$



(Det kan være lurt å zoom inn med Meny → Zoom (4) -> Zoom – Tilpasning (A))

Vi kan så finne den kumulative ved å integrer over et bestemt intervall. I vårt tilfellet $x \in [0, 10]$.

Trykk Meny -> Analyser (6) -> Integral (6), og skriv inn nedre og øvregrense.



Da får vi 0.594 som markert i gul på bildet.

5.1.2 Normal Cdf

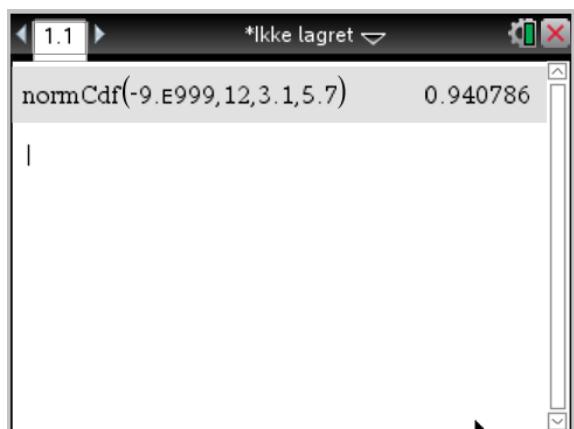
Vi ser på eksempel 7.1.1.

Gitt: $X \sim N_{(3.1, 5.7)}$. Hva er $P(X \leq 12)$?

Velg Normal Cdf fra fordelings menyen.



$$\mu = 3.1, \sigma = 5.7$$

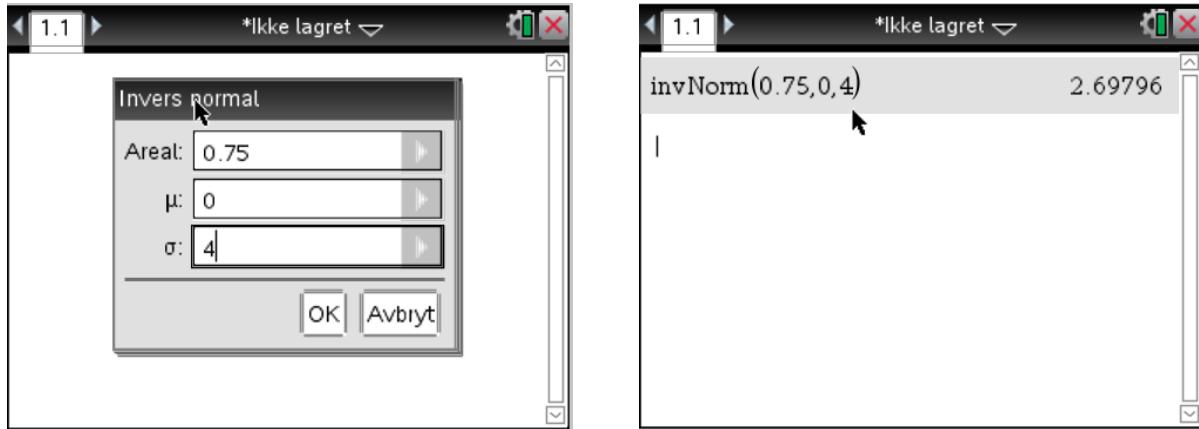


5.2 Invers Normalfordelinger

Når vi skal finne den inverse normalfordelingen har vi oppgitt et «areal» og skal finne x verdien som gir dette arealet.

Vi ser for oss at vi er gitt:

$$X \sim N_{(0,4)}(x), \text{ finn } x \text{ slik at } P(X \leq x) = 0.75$$



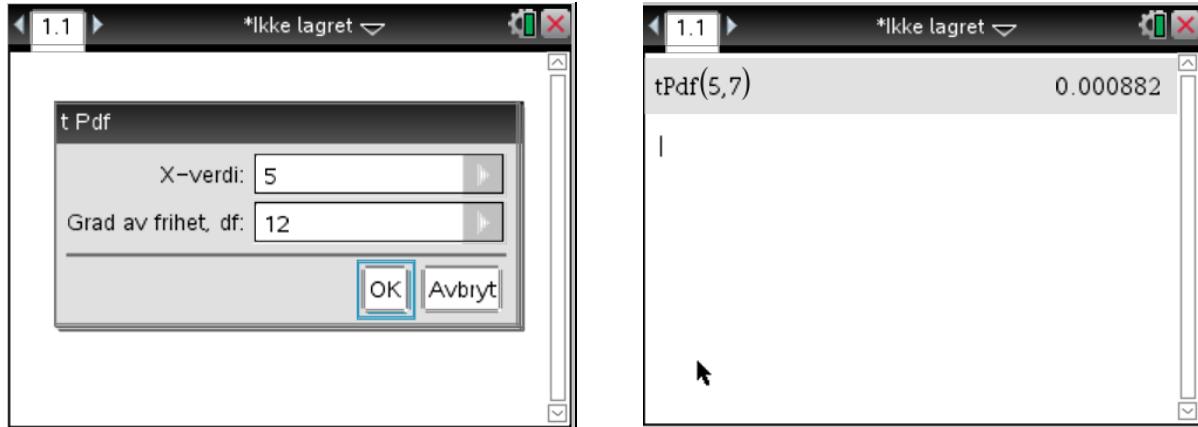
5.3 Student's t-fordelinger

5.3.1 tPdf

Formlen for student's tPdf:

$$St_{(\mu, \sigma, \nu)}(x) = St_\nu \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \cdot \sigma$$

Finn sannsynligheten for $x = 5$, gitt: $\nu = 12$

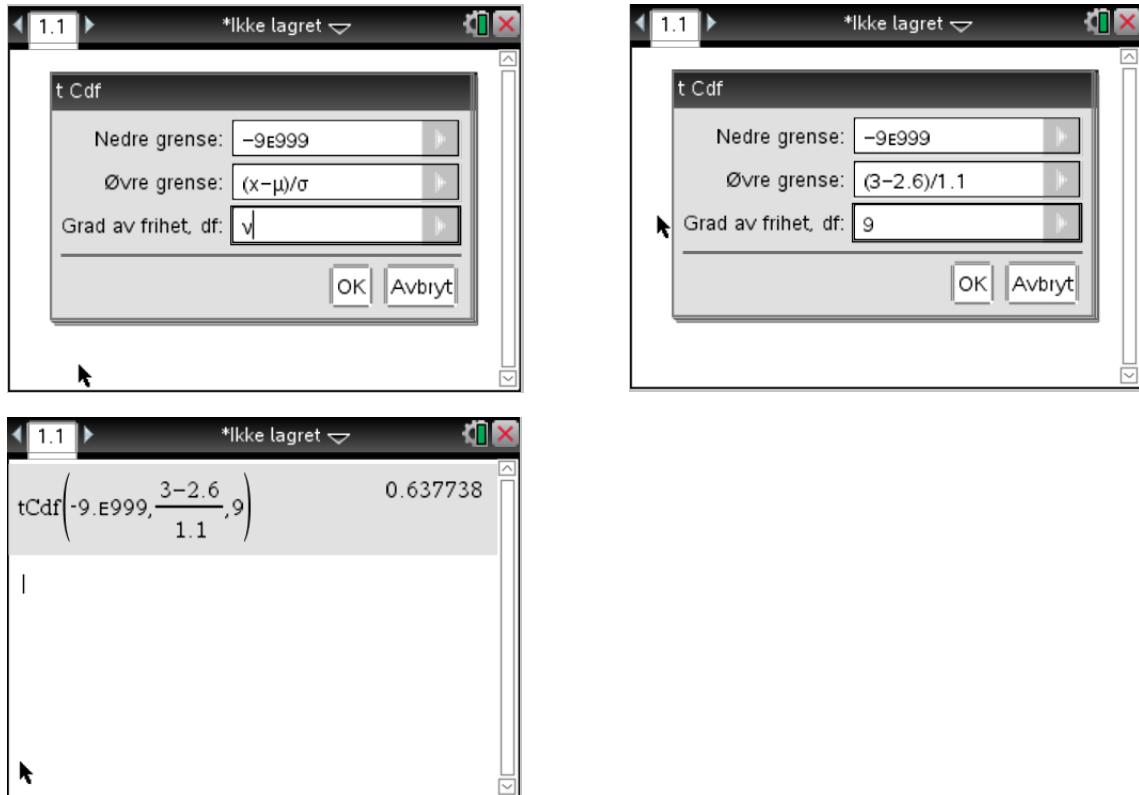


5.3.2 tCdf

Formlen for student's tCdf:

$$ST_{(\mu, \sigma, \nu)}(x) = ST_\nu \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)$$

Vi ser for oss at $x = 3$, $\mu = 2.6$, $\sigma = 1.1$, $\nu = 9$



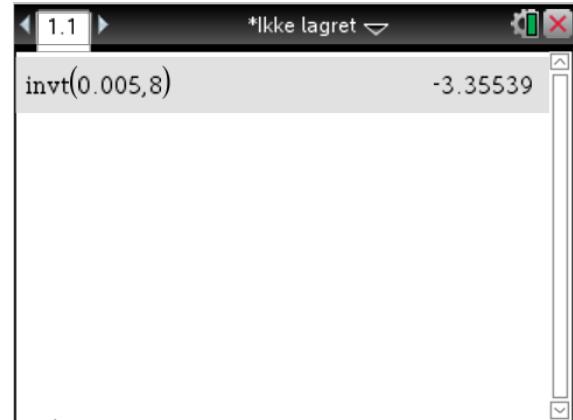
5.4 Invers t-fordelinger

Formelen for Invers t-fordeling:

$$P(X \leq x) = p, x = \mu + \sigma \cdot t_v$$

Vi ser for oss $X \sim St_{(0,1,8)}$. Finn x slik at $P(X \leq x) = 0.005$

Finner invers t-fordeling i listen.



$$\text{Så } x = 0 + 1 \cdot (-3.355) = -3.355$$

5.5 Binomiske-fordelinger

5.5.1 Binomisk Pdf

Vi tenker oss at vi har $X \sim Bin(8, 0.47)$, finn $x = 3$

Trykk inn i fordelingsmenyen og velg Binomisk Pdf (D)

The left window shows the 'Binomisk Pdf' dialog with the following input fields:

- Ant. tester, n: 8
- Suksess-sanns, p: 0.47
- X-verdi: 3

The right window shows the result of the calculation: $binomPdf(8, 0.47, 3) = 0.243143$.

5.5.2 Binomisk Cdf

Vi tenker oss at vi har $X \sim Bin(8, 0.47)$, finn $P(x \in \{3,5\})$

Trykk inn i fordelingsmenyen og velg Binomisk Cdf (E)

The left window shows the 'Binomisk Cdf' dialog with the following input fields:

- Ant. tester, n: 8
- Suksess-sanns, p: 0.47
- Nedre grense: 3
- Øvre grense: 5

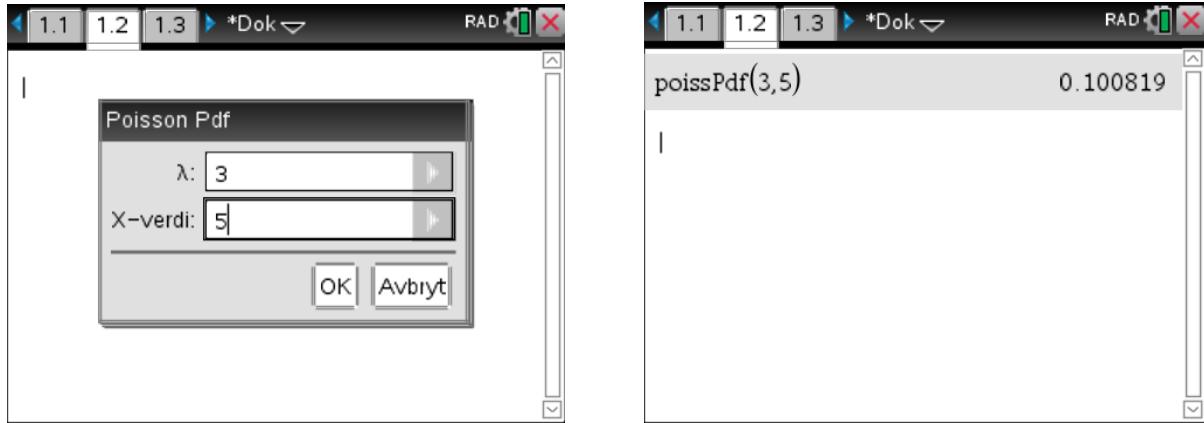
The right window shows the result of the calculation: $binomCdf(8, 0.47, 3, 5) = 0.703871$.

5.6 Poisson-fordelinger

5.6.1 Poisson Pdf

Vi tenker oss at vi har $X \sim Pois_{(3)}(x)$, finn $x = 5$

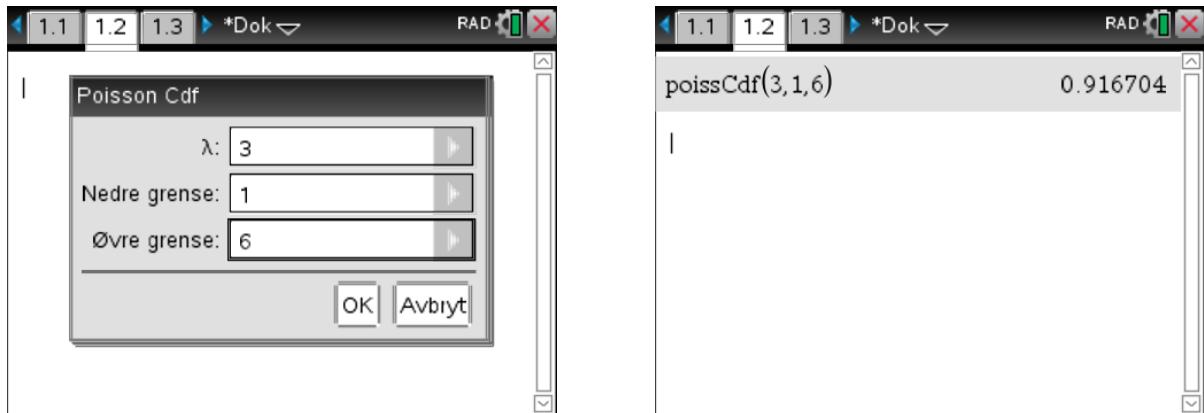
Trykk inn i fordelingsmenyen og velg Poisson Pdf (H)



5.6.2 Poisson Cdf

Vi tenker oss at vi har $X \sim Pois_{(3)}(x)$, finn $P(x \in \{1,6\})$

Trykk inn i fordelingsmenyen og velg Poisson Cdf (I)

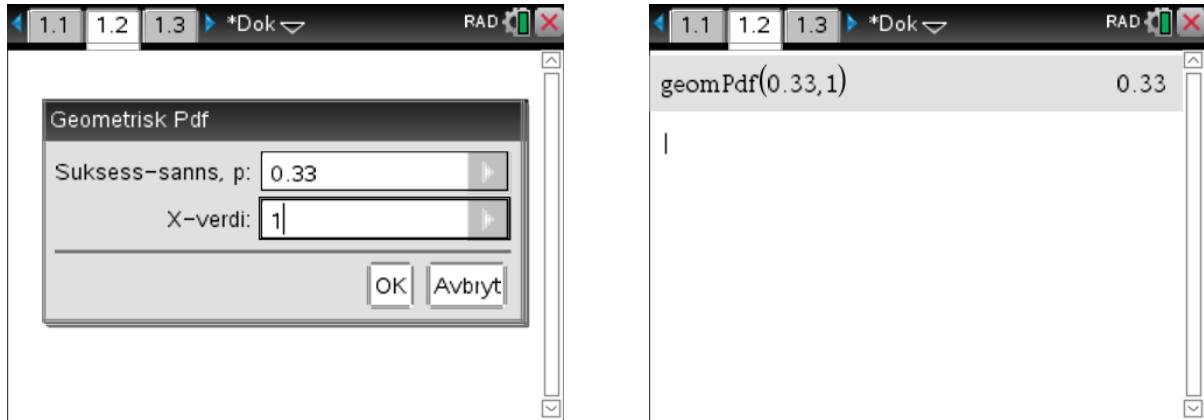


5.7 Geometriske-fordelinger

5.7.1 Geometrisk Pdf

Vi tenker oss at vi har $X \sim Geom_{(0.33)}(x)$, finn $x = 1$

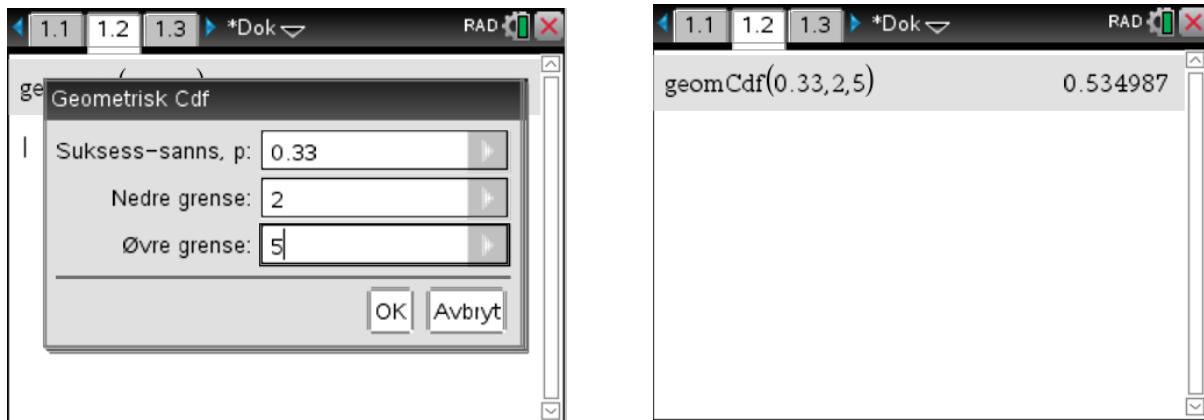
Trykk inn i fordelingsmenyen og velg Geometrisk Pdf (F)



5.7.2 Geometrisk Cdf

Vi tenker oss at vi har $X \sim Geom_{(0.33)}(x)$, finn $P(x \in \{2,5\})$

Trykk inn i fordelingsmenyen og velg Geometrisk Pdf (G)



6 Konfidensintervall

6.1 1-sidig (venstre)

Her bruker vi enten invers Normalfordeling eller invers t-fordeling alt etter som hva oppgaven spør om. Fremgangsmåte på dette finnes i kapittel 5.2 – Invers normalfordeling og 5.4 – Invers t-fordeling.

6.2 1-sidig (høyre)

For 1-sidig høyre konfidensintervall må vi ta $1 - x$, som den x verdien vi skriver inn på kalkulatoren.

Her bruker vi enten invers Normalfordeling eller invers t-fordeling alt etter som hva oppgaven spør om. Fremgangsmåte på dette finnes i kapittel 5.2 – Invers normalfordeling og 5.4 – Invers t-fordeling.

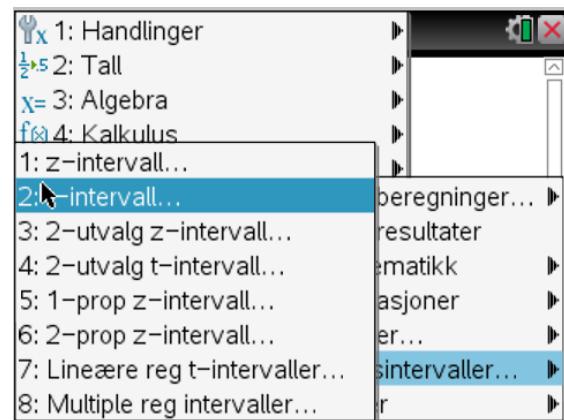
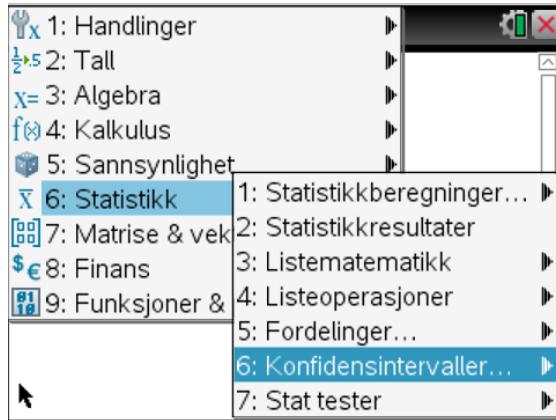
6.3 Symmetrisk

Vi tar utgangspunkt i Eksamens 2015 H oppgave 2 b: Konfidensintervall.

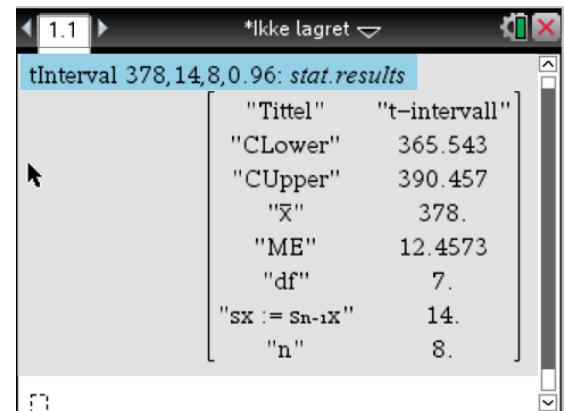
Der får vi oppgitt at:

$$\bar{x} = 378 \text{ cm}, s_x = 14, n = 8$$

Finn et 96% symmetrisk konfidensintervall.



Trykk Meny -> Statistikk -> Konfidensintervaller -> t-intervall



Velg deretter stats i drop-down menyen og skriv inn verdiene som er opp gitt og trykk enter.

CLower og CUpper er da intervallgrensen.

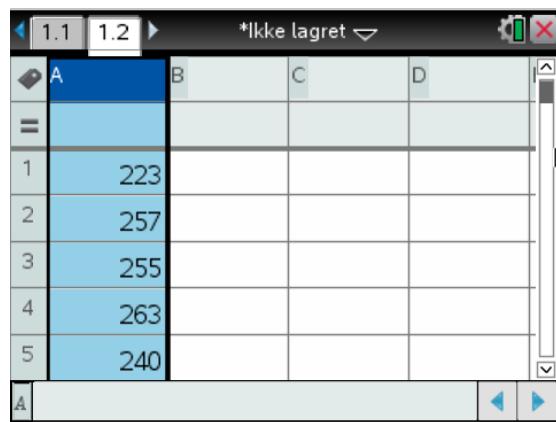
6.4 Symmetrisk med rådata

1.Eksempel: Vi tar for oss en alderstabell(i måneder) for 20 tilfeldige studenter på Universitetet i Agder.

DATA:

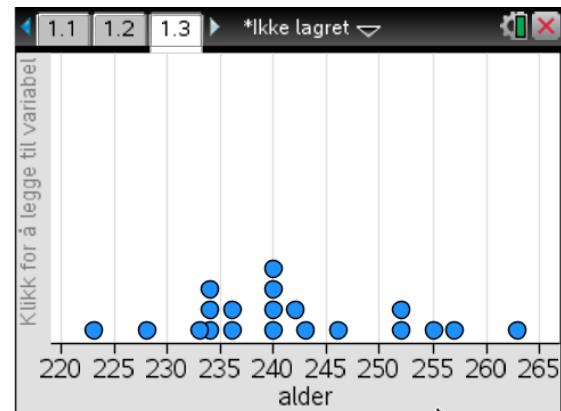
223	257	255	263	240	240	240	228	236	234
252	233	246	243	274	269	242	360	225	229

2. Press knappen "doc" og velg punkt 4 "sett inn", deretter velger du punkt 6 "Liste og regneark" for å legge til en liste med tall inn i din Texas.

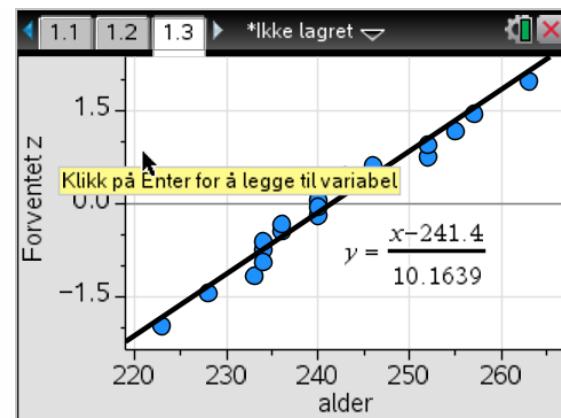
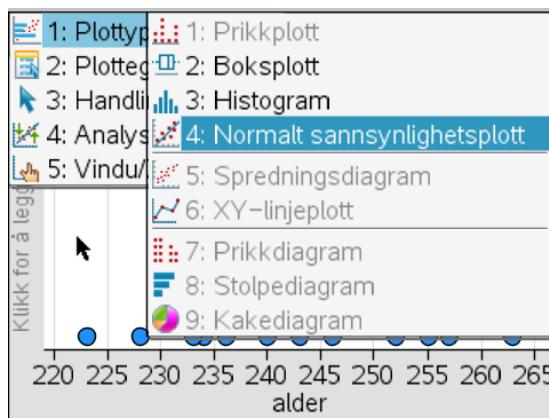


3. Ut i fra disse dataene så er det vanskelig å anslå om dette er normalfordelt. Dette er på grunn av få aldersforespørslar. Vi må få anslått om dette er normalfordelt eller ikke ved å utføre noen tester. Den enkleste metoden er å se om det "ser" normalfordelt ut. Måten du kan gjøre dette på er å bruke et histogram, boks plot eller punkt plot. Den mest presise måten å gjøre dette på er normal quantile plot. Dette er hvor du plotter inn observerte x verdier vs. Dine data verdier for at det skal være normalfordelt. Hvis det resulterende plottet blir en rett linje, da kan vi konstatere at vår data er normalfordelt og vi kan lage oss et kredibilitetsintervall.

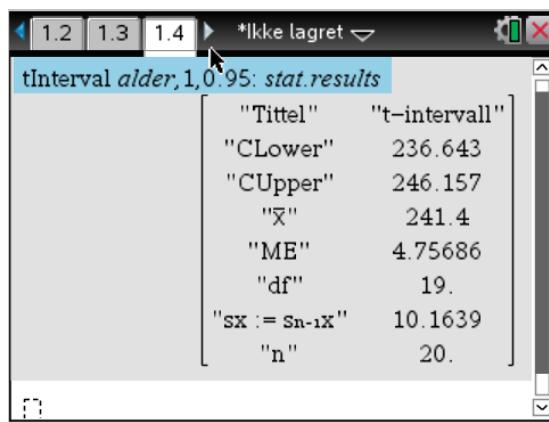
4. trykk menyknappen og velg det nye dokumentet som 7: data og statistikk, for å få punktene inn i en graf. Trykk på x-aksen for å legge in alder som en variabel. Vi ser at dette plottet er relativt symmetrisk, og konsist med normalplott.



5. trykk meny og velg 1: plotttype etterfulgt 4: normal sannsynlighets plot for å lage et plot. Vi ser at plottet blir nokså lineært så vi kan med sikkerhet si at alderen til studentene på UiA er normal fordelt. 6. trykk på menyknappen og velg statistikk etterfulgt av 6: konfidensintervall. Vi bruker 2: t intervall igjen. Men denne gangen velger vi data. Trykk in ønsket liste fra regneark og bruk 95% konfidensintervall.



6. Gå tilbake til på kalkulatorskjermen (eller lag en ny). Trykk Meny-tasten og velg **6.Statistikk** og videre **6: Konfidens intervall**. Vi skal bruke valg **2: t Intervall** igjen, men denne gangen velg Data valget. Vi setter C verdien til 95%: (C level=0.95)



7. Kalkulatoren din vil vise som på bildet over. Merk at den viser både \bar{X} (som er det beste punktestimatet av μ) og utvalgs standardavviket (S_x) i tillegg til konfidensintervall -grensene.

Siden vi bruker de originale dataene, rund av konfidensintervallets grenser til en desimal mer enn rå-dataene. For eksempel, vi kan konstruere et 95% konfidensintervall estimat for gjennomsnittsalderen(μ) for alle UiA studentene som enten er $236.6 < \mu < 246.2$ måneder eller 241.4 ± 4.8 måneder.

8. Hvordan tolker vi dette konfidensintervallet? Vi er 95% sikre på at den sanne gjennomsnittsalderen til UiA studentene er et sted mellom 236.6 og 246.2 måneder.

PS.: Alle burde bytte til denne kalkulatoren pga. oppsettet til denne er basert på en PC i motsetning til Casio som er basert på oversiktlighet og forvirring.

This page is intentionally left blank.